

Multimediální podpora výuky matematiky

ROMAN PLCH

Rozvoj výpočetní techniky v současné době výrazně ovlivňuje i výuku matematiky. Inovace výukových metod jsou často založeny i na využití počítačů. Multimediální výukový text *Matematická analýza s programem Maple, 2. Nekonečné řady*¹⁾ je pokusem o moderní učební text využívající možností současné výpočetní techniky. Ukazuje moderní způsob výuky matematické analýzy, jímž se prostřednictvím počítačových technologií student učí matematickou analýzu a naopak. Stejně jako Diferenciální počet funkcí více proměnných, zpracovaný v multimediálním textu Došlá (2000), jsou i Nekonečné řady tématem vhodným pro počítačem podporovanou výuku. Zejména rozvoje funkcí do mocninných a Fourierových řad se programem Maple velmi pěkně ilustrují.

Při výkladu probírané problematiky pomocí Maplu jsme se snažili o dodržování následujícího postupu: Nejdříve je problém řešen krok za krokem tak, jak bychom postupovali při řešení pomocí tužky a papíru, Maple je zde používán pouze k dílčím výpočtům. Pokud je to dále možné, následuje zobecnění a automatizace řešení pomocí Mapleovského programovacího jazyka. Ukažme si tento postup na jednoduchém příkladu.

Příklad 1 Rozhodněte o konvergenci řady:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}.$$

Podle limitního podílového kritéria dostáváme

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!(n+1)^{(n+1)}}{(n+1)!n^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^n}{n^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e > 1,$$

proto řada $\sum \frac{n^n}{n!}$ diverguje.

Maplu nejdříve použijeme k výpočtu $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$, poté napíšeme jednoduchou proceduru, která celý výpočet automatizuje.

```
> a:=n->(n^n)/n!:Sum(a(n), n=1..infinity);
```

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$$

```
> Limit(a(n+1)/a(n), n=infinity):%=value(%);
```

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{(n+1)} n!}{(n+1)! n^n} = e$$

```
> podilk := proc (a) local q;
> q := evalf(limit(subs(n = n+1, a)/a, n = infinity));
> if q < 1 then print(Sum(a, n = 1 .. infinity));
> print(konverguje)
> elif 1 < q then print(Sum(a, n = 1 .. infinity));
> print(diverguje)
> else print('tý'mto kriteriem nelze rozhodnout')
> fi end:
> podilk(a(n));
```

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$$

diverguje

Řada příkladů zpracovaných tímto způsobem již byla vyzkoušena při práci se studenty. Ukazuje se přitom, že vhodné použití počítače při výuce vede nejen k hlubšímu pochopení probírané problematiky, ale i k oživení výukového procesu a ke zvýšení zájmu o matematickou analýzu vůbec.

Základem této multimediální publikace se stal učební text Došlá (1998) a Mapleovské zápisníky s ukázkami řešení příkladů a novými procedurami. Pro čtenáře, kteří licenci Maplu nevládní, přinášíme i rozšířené HTML verze některých zápisníků, které je možno číst libovolným z webových prohlížečů.

Vlastní text je uložen ve formátu PDF,²⁾ který je standardem pro elektronickou publikační činnost a je nezávislý na platformě. Kromě jiného umožňuje prostřednictvím křížových odkazů rychle vyhledávat souvislosti napříč celým textem.

Ve srovnání s textem Došlá (2000) přinášíme dvě novinky v počítačovém zpracování. První novinkou jsou animace, pomocí nichž lze např. pohyblivě znázorňovat rozvoje funkcí do nekonečných řad. Tyto animace pak

pomáhají studentům pochopit význam mocninných a Fourierových řad a rozdíl mezi nimi.

Technologickou zajímavostí je začlenění animací přímo do PDF dokumentu. PDF formát je většinou považován pouze za statickou hypertextovou alternativu k formátu PostScript. Méně už je známo, že do PDF souboru můžeme včlenit animace nebo jiný interaktivní obsah vytvořený pomocí skriptovacího jazyka JavaScript.

Při přípravě tohoto textu jsme vyvinuli techniku pro začleňování interaktivních animací připravených programem Maplu do PDF dokumentu za využití programu pdfTEX. Jednotlivé obrázky animací byly vytvořeny v Maplu a uloženy ve formátu GIF. Pro automatizaci sazby stránek s animacemi byl vytvořen balíček maker. Vlastní včlenění JavaScriptu do PDF dokumentu bylo provedeno komerčním programem Adobe Acrobat, ale mezitím se podařilo najít čistě „open-source“ řešení (Holeček, 2004), u něhož pro vytváření animací postačí pouze program pdfTEX.

Animace mohou být prohlíženy a studovány krok za krokem, posouvány dopředu i dozadu, pouštěny různou rychlostí a zvětšovány či zmenšovány. Jediným softwarem nutným k prohlížení materiálů je volně šířený Acrobat Reader, je tedy zaručena široká přenositelnost těchto dokumentů. Ve srovnání s řešením založeným na použití HTML/XML a CGI skriptů umožňuje PDF vytvářet dokumenty s vysokou typografickou kvalitou (mimo jiné i proto, že podpora jazyka MATHML u současných webových prohlížečů stále není dostatečná).

Druhou novinkou je videozáznam přednášky, sloužící k repetitoriu daného tématu. Obsahuje tři sekvence: přehled základní teorie o nekonečných číselných řadách, ukázkou řešení několika typických příkladů a přehled zá-

kladní teorie o řadách funkcí. Jde sice o simulovanou přednášku, ale byla natáčena naostro bez opakování záběrů. Nese proto prvky autentičnosti, včetně několika nepřesností odborných a jazykových. Uvádíme toto video s přesvědčením, že učební text oživí a posune vývoj podobných učebních textů opět o krůček dopředu.

Multimediální učební text je určen pro posluchače bakalářského studia matematiky, fyziky, informatiky, a dále všem zájemcům o výuku matematické analýzy s využitím počítače a uživatelům CAS systému Maple. Spojení textu, grafiky, počítačových vstupů, výstupů, animací a videonahrávky se shrnutím základních pojmů probíraného tématu by mělo vytvořit prostředí sloužící k maximálně efektivnímu zvládnutí probírané problematiky.

Text je publikován formou CD-ROMu a prostřednictvím počítačové sítě internet na následující webové adrese: <http://www.math.muni.cz/~plch/nkpm> a vznikl za podpory Fondu rozvoje VŠ v rámci řešení projektu č. 801/2002.

Poznámky

1. Navazuje na text Došlá (2000).
2. Portable Document Format

Literatura

- DOŠLÁ, Z. – NOVÁK, V. 2002. *Nekonečné řady*. Brno: Masarykova univerzita.
- DOŠLÁ, Z. – PLCH, R. – SOJKA, P. 2000. *Matematická analýza s programem Maple: 1. Diferenciální počet funkcí více proměnných*. [CD-ROM]. Brno: Masarykova univerzita.
- DOŠLÁ, Z. – PLCH, R. – SOJKA, P. 2002. *Matematická analýza s programem Maple: 2. Nekonečné řady*. [CD-ROM]. Brno: Masarykova univerzita.
- HOLEČEK, O. – SOJKA, P. 2004. Animations in PDF with pdfTEX. Přijato k publikování in *Proceedings of TUG 2004 Conference*, Springer-Verlag in LNCS series.
- SOJKA, P. 2003. Interactive Teaching Materials in PDF using JavaScript. In *Proceedings of the 8th Annual SIGCSE Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education ITiCSE 2003, June 30–July 2, Thessaloniki, Greece*. New York: ACM.

Kontakt

RNDr. Roman Plch, Ph.D.
Přírodovědecká fakulta
Masarykova univerzita
Janáčkovo nám. 2a, 662 95 Brno
plch@math.muni.cz

